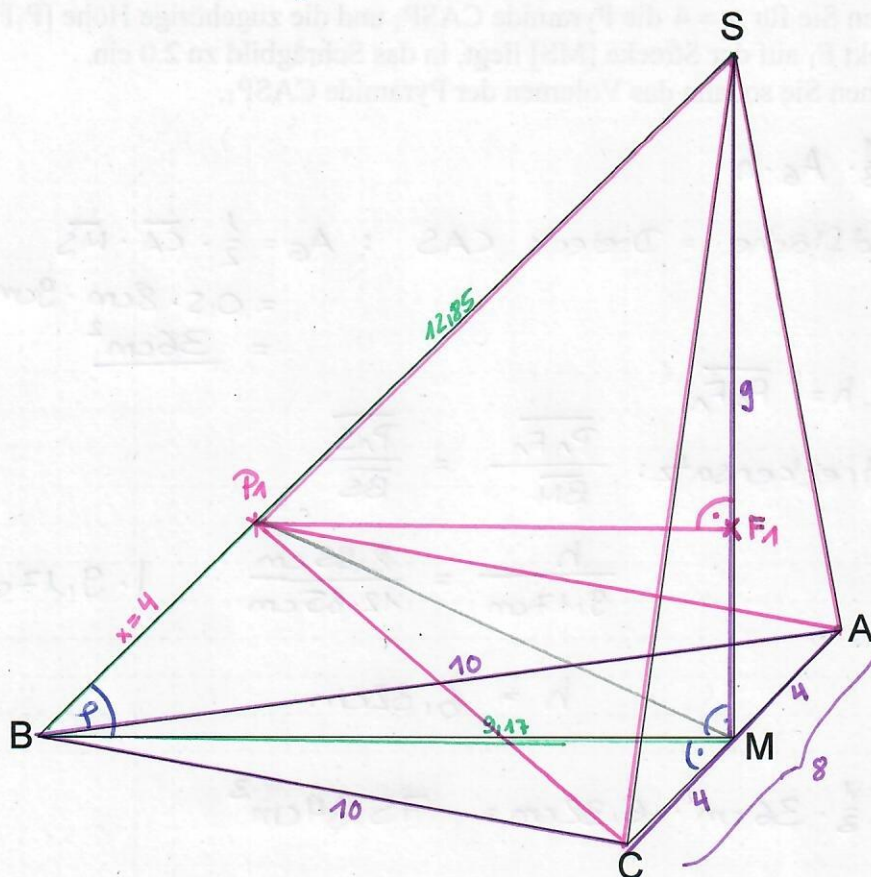


A 2.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis [AC] ist die Grundfläche einer Pyramide ABCS. Die Spitze S der Pyramide ABCS liegt senkrecht über dem Mittelpunkt M der Strecke [AC].

Es gilt: $\overline{AC} = 8 \text{ cm}$; $\overline{AB} = 10 \text{ cm}$; $\overline{MS} = 9 \text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

In der Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45^\circ$.



A 2.1 Ermitteln Sie durch Rechnung die Länge der Strecken [BM] und [BS] sowie das Maß φ des Winkels MBS.

[Ergebnisse: $\overline{BM} = 9,17 \text{ cm}$; $\overline{BS} = 12,85 \text{ cm}$; $\varphi = 44,46^\circ$]

3 P

$$\Delta BCM: \overline{BC}^2 = \overline{MC}^2 + \overline{BM}^2 \quad | - \overline{MC}^2$$

$$\overline{BM} = \sqrt{10^2 - 4^2} \text{ cm} = 9,17 \text{ cm}$$

$$\Delta BMS: \overline{BS} = \sqrt{9,17^2 + 9^2} \text{ cm} = 12,85 \text{ cm}$$

$$\tan \varphi = \frac{9}{9,17} \quad \rightarrow \quad \varphi = 44,46^\circ$$

- A 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke $[BS]$ mit $\overline{BP_n} = x \text{ cm}$, $0 < x < 12,85$; $x \in \mathbb{R}$. Sie sind die Spitzen von Pyramiden CASP_n .
 Zeichnen Sie für $x = 4$ die Pyramide CASP_1 und die zugehörige Höhe $[P_1F_1]$, deren Fußpunkt F_1 auf der Strecke $[MS]$ liegt, in das Schrägbild zu 2.0 ein.
 Berechnen Sie sodann das Volumen der Pyramide CASP_1 .

4 P

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h$$

$$\begin{aligned} \text{Grundfläche} = \text{Dreieck CAS} : A_G &= \frac{1}{2} \cdot \overline{CA} \cdot \overline{MS} \\ &= 0,5 \cdot 8 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} \\ &= \underline{36 \text{ cm}^2} \end{aligned}$$

$$\text{Höhe } h = \overline{P_1F_1}$$

$$\text{Vierstreckensatz: } \frac{\overline{P_1F_1}}{\overline{BM}} = \frac{\overline{P_1S}}{\overline{BS}}$$

$$\frac{h}{9,17 \text{ cm}} = \frac{8,85 \text{ cm}}{12,85 \text{ cm}} \quad | \cdot 9,17 \text{ cm}$$

$$h = 6,32 \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 36 \text{ cm}^2 \cdot 6,32 \text{ cm} = \underline{75,84 \text{ cm}^3}$$

- A 2.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[MP_n]$ in Abhängigkeit von x gilt:

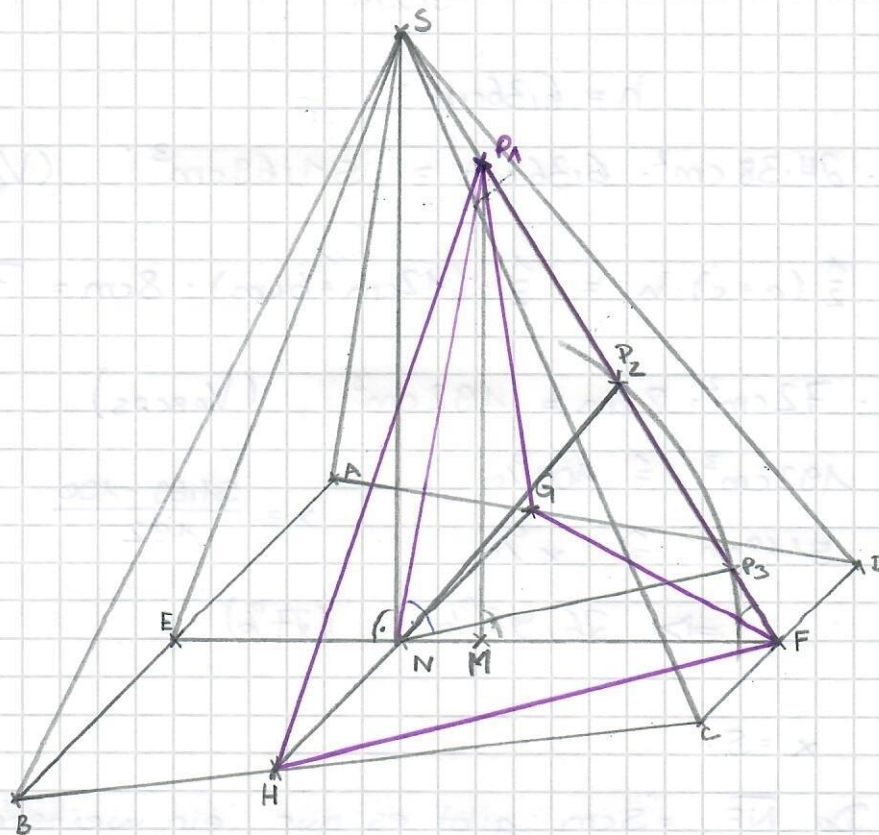
$$\overline{MP_n}(x) = \sqrt{x^2 - 13,09x + 84,09} \text{ cm}.$$

2 P

$$\begin{aligned} \triangle BMP_n : \quad \overline{MP_n} &= \sqrt{9,17^2 + x^2 - 2 \cdot 9,17 \cdot x \cdot \cos 44,46^\circ} \text{ cm} \\ &= \sqrt{84,09^2 + x^2 - 13,09x} \text{ cm} \\ &= \sqrt{x^2 - 13,09x + 84,09} \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\overline{AB} = 12\text{cm}, \quad \overline{CD} = 6\text{cm}, \quad \overline{EF} = 8\text{cm}$$

2.1



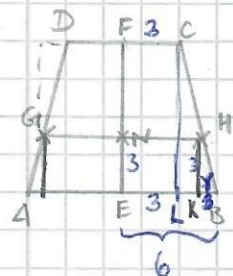
$$\overline{SF} = \sqrt{5^2 + 8^2} \text{ cm} = 9,43 \text{ cm}$$

$$2.2 \quad \overline{GH} = \overline{AB} - 2 \cdot \overline{BK} =$$

$$\Delta BHK: \tan 69,44^\circ = \frac{3\text{cm}}{BK} \quad | \cdot BK \quad | : \tan 69,44^\circ$$

$$\overline{BK} = 1,13 \text{ cm}$$

$$\overline{GH} = 12\text{cm} - 2 \cdot 1,13\text{cm} = 9,74\text{cm}$$



2.3 ΔNFP_A : $\overline{NP_A} = \sqrt{5^2 + 7,5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7,5 \cdot \cos 57,99^\circ}$ cm
 $= 6,44$ cm

$$\frac{\sin \angle FNP_1}{7.5\text{cm}} = \frac{\sin 57.99^\circ}{6.44\text{cm}} \quad | \cdot 7.5\text{cm}$$

$$\angle FNP_1 = 80,94^\circ$$

$$2.4 \quad V = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h$$

$$A_G = \frac{1}{2} \cdot 9,75 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 24,38 \text{ cm}^2$$

$$\Delta MFP_A: \quad \sin 57,99^\circ = \frac{h}{7,5 \text{ cm}} \quad | \cdot 7,5 \text{ cm}$$

$$h = 6,36 \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 24,38 \text{ cm}^2 \cdot 6,36 \text{ cm} = 51,69 \text{ cm}^3 \quad (V_{GHFP_A})$$

$$A_G = \frac{1}{2} (a+c) \cdot h = \frac{1}{2} \cdot (12 \text{ cm} + 6 \text{ cm}) \cdot 8 \text{ cm} = 72 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 72 \text{ cm}^2 \cdot 8 \text{ cm} = 192 \text{ cm}^3 \quad (V_{ABCD})$$

$$192 \text{ cm}^3 \hat{=} 100\%$$

$$51,69 \text{ cm}^3 \hat{=} x\%$$

$$x = \frac{51,69 \cdot 100}{192}$$

$$\Rightarrow 26,92\% \quad (27\%)$$

$$2.5 \quad x = 5:$$

Da $\overline{NF} = 5 \text{ cm}$ gibt es nur ein weiteres $P \in [FS]$ und daher nur eine Pyramide.

$$x = 4,24:$$

Ein Kreis mit $r = 4,24$ berührt $[FS]$ nur (da $4,24 = d(N; SF) \cdot \sin 57,99^\circ = \frac{r}{5 \text{ cm}}$) und damit gibt es nur eine Pyramide.