

I Löse die Gleichungen. Beschreibe das Vorgehen.

a) $18 - 2\sqrt{x} = 4$

Wurzelterm nur auf
einer Seite der
Gleichung

b) $\sqrt{x^2 + 6x + 13} = \sqrt{7 - x}$

Wurzelterme auf beiden
Seiten der Gleichung:
 $\sqrt{T_1} = \sqrt{T_2}$

c) $\sqrt{x + 13} = \sqrt{2x + 12} - 1$

Wurzelterme auf beiden
Seiten der Gleichung:
 $\sqrt{T_1} = \sqrt{T_2} + T_3$

Lösung:

a) $18 - 2\sqrt{x} = 4 \quad \mathbb{D} = \mathbb{R}_0^+$

Kommentar

Isolieren der Wurzel: $2\sqrt{x} = 14 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 7$

Quadrlieren: $(\sqrt{x})^2 = 7^2 \Leftrightarrow x = 49$

Probe: $18 - 2\sqrt{49} = 18 - 2 \cdot 7 = 4 \quad \text{wahr}$

Lösungsmenge: $\mathbb{L} = \{49\}$

lesen!!!

b) $\sqrt{x^2 + 6x + 13} = \sqrt{7 - x} \quad \mathbb{D} = \{x \mid x \leq 7\}$

Quadrlieren: $x^2 + 6x + 13 = 7 - x \Leftrightarrow x^2 + 7x + 6 = 0$

Lösen ergibt: $x_1 = -6; x_2 = -1$

Probe: $x_1: \sqrt{(-6)^2 + 6 \cdot (-6) + 13} = \sqrt{7 - (-6)} \Leftrightarrow \sqrt{13} = \sqrt{13} \quad \text{wahr}$

$x_2: \sqrt{(-1)^2 + 6 \cdot (-1) + 13} = \sqrt{7 - (-1)} \Leftrightarrow \sqrt{8} = \sqrt{8} \quad \text{wahr}$

Lösungsmenge: $\mathbb{L} = \{-6; -1\}$

Kommentar lesen!!!

c) $\sqrt{x+13} = \sqrt{2x+12} - 1 \quad \mathbb{D} = \{x \mid x \geq -6\}$

Quadrieren:

$$(\sqrt{x+13})^2 = (\sqrt{2x+12} - 1)^2$$

Binomische Formel

$$x+13 = 2x+12 - 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{2x+12} + 1$$

Isolieren der Wurzel: $2 \cdot \sqrt{2x+12} = x$

Struktur wie unter a)

Quadrieren:

$$4 \cdot (2x+12) = x^2$$

Lösen ergibt:

$$x_1 = -4; x_2 = 12$$

Probe:

$$x_1: \sqrt{-4+13} = \sqrt{-8+12} - 1 \iff 3 = 1 \quad \text{falsch}$$

$$x_2: \sqrt{12+13} = \sqrt{24+12} - 1 \iff 5 = 5 \quad \text{wahr}$$

Lösungsmenge:

$$\mathbb{L} = \{12\}$$