

Hallo, liebe 9a,

wie angesprochen geht es in dieser Woche um Systeme quadratischer Gleichungen.



Aufgaben bitte bis Freitag 24.04.2020 an b.muehlbauer@realschule-hofheim.de

Bitte füllt das Arbeitsblatt aus. Es sind sehr viele Beispielaufgaben dabei.

Zudem noch 4 Videos:

1) Rechnerische Bestimmung von Parabel und Gerade

<https://youtu.be/leW9ZCxQR8E>

2) Lagebeziehungen Parabel und Gerade

<https://youtu.be/6i1HUTB5XII>

3) Berechnung der Lagebeziehung mit der Determinante

<https://youtu.be/dXO14PHs-oA>

4) Lage von Parabel zu Parabel (zu Buch S.180/ 5, 8)

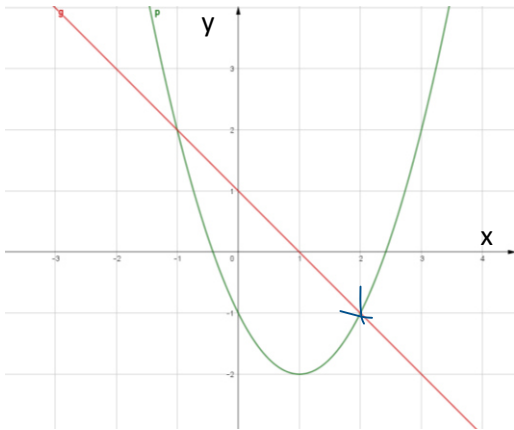
https://youtu.be/4bo_Wh1nPHE

Ich hoffe ihr kommt klar damit.

Viele liebe Grüße und bleibt gesund!

B. Mühlbauer

Parabel und Gerade



Es sind die Parabel p und die Gerade g gegeben:

$$p: y = (x - 1)^2 - 2$$

$$g: y = -x + 1$$

Bestimme die Schnittpunkte zeichnerisch/ mit Ablesen:

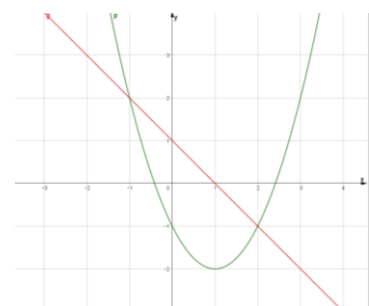
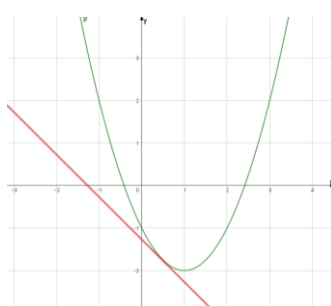
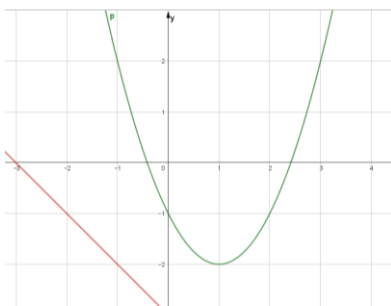
$$S_1(\underline{\quad}|\underline{\quad}), S_2(\underline{\quad}|\underline{\quad})$$

Rechnerische Bestimmung:

I. $y = (x - 1)^2 - 2$ II. $y = -x + 1$	
$(x - 1)^2 - 2 = -x + 1$	
$x^2 - 2x + 1 - 2 = -x + 1 \mid +x; -1$ $x^2 - x - 2 = 0$	
$x_{1/2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1}$ $x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}$ $x_1 = \frac{1 + 3}{2} = 2; x_2 = \frac{1 - 3}{2} = -1$	
In II: $y_1 = -2 + 1 = 1; y_2 = 1 + 1 = 2$ $\Rightarrow S_1(2 1); S_2(-1 2)$	

Übung: Buch S. 179/2 (ins Übungsheft)

Spezielle Geraden



_____ Schnittpunkte
zwischen g und p

→ _____

_____ Schnittpunkte
zwischen g und p

→ _____

_____ Schnittpunkte
zwischen g und p

→ _____

erke:

Eine _____ einer Parabel und die Parabel haben _____

Schnittpunkte: _____

Eine _____ einer Parabel und die Parabel haben _____

Schnittpunkt S: _____

Eine _____ einer Parabel und die Parabel haben _____

Schnittpunkte S_1, S_2 : _____

Typische Fragestellung: Gegeben sind p und g. Man möchte die Lage von g zu p wissen, d.h. handelt es sich bei g um eine Passante, eine Tangente oder eine Sekante?

Bekannt:

- 1) Anzahl der Lösungen der 3 möglichen Lagebeziehungen.
- 2) Lösungsmöglichkeit eines Systems quadratischer Gleichungen durch Überführung in eine quadratische Gleichung.
- 3) Bedingung damit eine quadratische Gleichung keine, eine oder zwei Lösungen hat, also mit Diskriminante D

⇒ Verknüpfung der 3 obigen bekannten Eigenschaften:

- $D < 0$, keine Lösung, also liegt eine Passante vor
- $D = 0$, eine Lösung, also liegt eine Tangente vor
- $D > 0$. Zwei Lösungen, also liegt eine Sekante vor

Beispiele:

a) $p: y = x^2 + 1$; $g: y = -2 \cdot x$

b) $p: y = x^2 + 2$; $g: y = -2 \cdot x - 1$

c) $p: y = -0,25x^2 + 2$; $g: y = -2 \cdot x + 1$



Buch S.180/5

Buch S.180/  4, 8 (nur die 4 schicken)

Bei Aufgabe 4 und 8 handelt es sich um zwei Parabeln, deren Lage man bestimmen soll.

Denk drüber nach, welche Möglichkeiten es gibt.

Betrachtet man nun, dieses Gleichungssystem, so stellt man fest, dass man auch hier eine Diskriminante D bestimmen kann.

Das bedeutet, ihr könntet dasselbe Verfahren anwenden wie bei Gerade und Parabel.

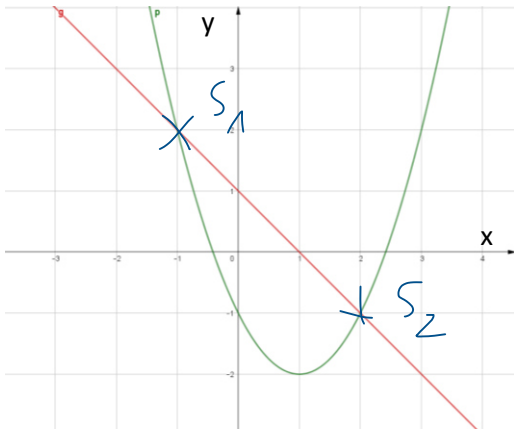
Ihr erhaltet wieder keine, eine oder zwei Lösungen.

Die Lösungen sind wieder Punkte. Allerdings liegen sie nicht mehr auf einer speziellen Geraden, sondern auf beiden Parabeln.

Systeme quadratischer Gleichungen

Name	
Datum	

Parabel und Gerade



Es sind die Parabel p und die Gerade g gegeben:

$$p: y = (x - 1)^2 - 2$$

$$g: y = -x + 1$$

Bestimme die Schnittpunkte zeichnerisch/ mit Ablesen:

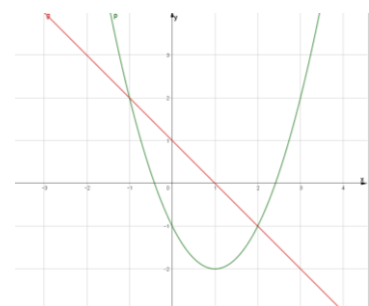
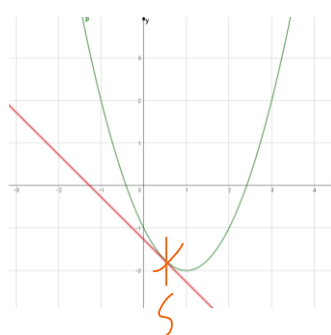
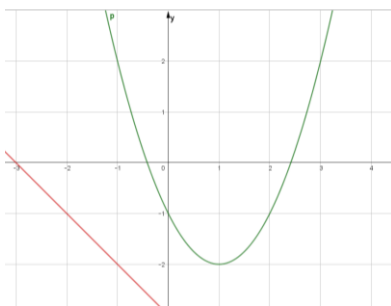
$$S_1(-1|2), S_2(2|-1)$$

Rechnerische Bestimmung:

I. $y = (x - 1)^2 - 2$ II. $y = -x + 1$	Gleichungssystem aufstellen, dh beide Gleichungen hinschreiben
$(x - 1)^2 - 2 = -x + 1$	Gleichungen gleich setzen
$x^2 - 2x + 1 - 2 = -x + 1 \mid +x; -1$ $x^2 - x - 2 = 0$	In quadratische Gleichung umformen
$x_{1/2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1}$ $x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}$ $x_1 = \frac{1+3}{2} = 2; x_2 = \frac{1-3}{2} = -1$	quadratische Gleichung lösen
In II: $y_1 = -2 + 1 = -1; y_2 = 1 + 1 = 2$ $\Rightarrow S_1(2 -1); S_2(-1 2)$	y-Koordinate der Schnittpunkte bestimmen

Übung: Buch S. 179/2 (ins Übungsheft)

Spezielle Geraden



0 Schnittpunkte
zwischen g und p
 $\rightarrow$ Passante

1 Schnittpunkte
zwischen g und p
 $\rightarrow$ Tangente

2 Schnittpunkte
zwischen g und p
 $\rightarrow$ Sekante

Merke:

Eine Passante einer Parabel und die Parabel haben keine
Schnittpunkte: $\mathbb{L} = \emptyset$

Eine Tangente einer Parabel und die Parabel haben einen
Schnittpunkt S: $\mathbb{L} = \{S\}$

Eine Sekante einer Parabel und die Parabel haben zwei
Schnittpunkte S_1, S_2 : $\mathbb{L} = \{S_1, S_2\}$

Typische Fragestellung: Gegeben sind p und g. Man möchte die Lage von g zu p wissen, d.h. handelt es sich bei g um eine Passante, eine Tangente oder eine Sekante?

Bekannt:

- 1) Anzahl der Lösungen der 3 möglichen Lagebeziehungen.
- 2) Lösungsmöglichkeit eines Systems quadratischer Gleichungen durch Überführung in eine quadratische Gleichung.
- 3) Bedingung damit eine quadratische Gleichung keine, eine oder zwei Lösungen hat, also mit Diskriminante D

⇒ Verknüpfung der 3 obigen bekannten Eigenschaften:

- $D < 0$, keine Lösung, also liegt eine Passante vor
- $D = 0$, eine Lösung, also liegt eine Tangente vor
- $D > 0$. Zwei Lösungen, also liegt eine Sekante vor

Beispiele:

a) $p: y = x^2 + 1$; $g: y = -2 \cdot x$

I) $y = x^2 + 1$ Gleichungssystem aufstellen,
II) $y = -2x$

I=II: $x^2 + 1 = -2x$ | $+2x$ Gleichungen gleich setzen

$x^2 + 2x + 1 = 0$ In quadratische Gleichung umformen

$D = (2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 4 - 4 = 0$ Determinante untersuchen

⇒ eine Lösung

⇒ **Tangente**

d.h. $x = \frac{-2 \pm 0}{2} = -1$

-1 in II: $y = -2 \cdot (-1) = 2$

⇒ $S = (-1 | 2)$

⇒ $\mathbb{L} = \{(-1 | 2)\}$

quadratische Gleichung lösen

y-Koordinate des Schnittpunktes bestimmen

b) $p: y = x^2 + 2$; $g: y = -2 \cdot x - 1$

I) $y = x^2 + 2$

II) $y = -2x - 1$

I=II: $x^2 + 2 = -2x - 1$ | $+2x + 1$

$x^2 + 2x + 4 = 0$

$D = (2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 4 - 16 = -12 < 0$

⇒ keine Lösung

⇒ **Passante**

d.h. $\mathbb{L} = \emptyset$

c) $p: y = -0,25x^2 + 2$; $g: y = -2 \cdot x + 1$

I) $y = -0,25x^2 + 2$

II) $y = -2x + 1$

III) I=II:

$$-0,25x^2 + 2 = -2x + 1 \quad | +2x; -1$$

$$-0,25x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$D = (2)^2 - 4 \cdot (-0,25) \cdot (-1) = 4 > 0$$

$\Rightarrow$ zwei Lösungen $\Rightarrow$ Sekante

$$\Rightarrow x_{1/2} = \frac{-2 \pm 2}{-0,5} = \frac{-2 \pm 2}{-0,5}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{-2-2}{-0,5} = 8 \quad x_2 = \frac{-2+2}{-0,5} = 0$$

x_1 in II: $y = -2 \cdot 8 + 1 = -15$

$\Rightarrow S_1(8 | -15)$

x_2 in II: $y = -2 \cdot 0 + 1 = 1$

$\Rightarrow S_2(0 | 1)$

$\Rightarrow \mathcal{L} = \{(8 | -15); (0 | 1)\}$

Buch S.180/5

Buch S.180/ 4, 8

Bei Aufgabe 4 und 8 handelt es sich um zwei Parabeln, deren Lage man bestimmen soll.

Denk drüber nach, welche Möglichkeiten es gibt.

Betrachtet man nun, dieses Gleichungssystem, so stellt man fest, dass man auch hier eine Diskriminante D bestimmen kann.

Das bedeutet, ihr könntet dasselbe Verfahren anwenden wie bei Gerade und Parabel.

Ihr erhaltet wieder keine, eine oder zwei Lösungen.

Die Lösungen sind wieder Punkte. Allerdings liegen sie nicht mehr auf einer speziellen Geraden, sondern auf beiden Parabeln.