

Hallo liebe 9a,

wir starten ein neues Kapitel: Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck. Deshalb auch sehr viel theoretischer Input. Das heißt ein paar lange Hefteinträge. Die Beweise, die jeweils mit drin sind, sollt ihr versuchen nachzuvollziehen. Es gibt allerdings jeweils zahlreiche andere Beweise für die jeweiligen Sätze.

Fragestunde diese Woche erst am Freitag 10.30 Uhr, da ich Vormittags wieder in der Schule bin und

Dienstag vermutlich noch zu früh ist. Dafür ist die Abgabe der Aufgaben mit  am Freitag dann später, um 16 Uhr. Dieses Mal nutzen wir nicht zoom, sondern jitsi. Ich hoffe das klappt dann für alle 😊

<https://meet.jit.si/9aFragestundeJCRS>

Zum neuen Thema ausnahmsweise keine selbst gemachten Videos, da es hierzu tatsächlich genügend gibt, die zum Teil richtig gut sind.

Viele liebe Grüße

Barbara Mühlbauer

- 1) Zeichnet ein rechtwinkliges Dreieck in euer Übungsheft mit der Höhe auf die Hypotenuse. Untersucht die entstehenden Teildreiecke. Findet ihr eine Beziehung zum Ursprungsdreieck? Video zum Thema: <https://www.youtube.com/watch?v=CNL19nCpCIA>
Hefteintrag „Flächensätze des Euklids“ abschreiben



Bestimme rechnerisch, die fehlenden Längen für das Dreieck $\triangle ABC$ mit rechtem Winkel bei C.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
a			72 mm	80 cm		
b	4 km				6,8 cm	
c	5 km		100 mm		12 cm	6 dm
h_c						
p		5,6 cm		4 dm		22 cm
q		3,4 cm				

- 2) Zeichne ein stumpfwinkliges, ein rechtwinkliges und ein spitzwinkliges Dreieck in dein Übungsheft. Wähle den Punkt C, so, dass er gegenüber der längsten Seite liegt. Bilde die Summe aus a^2 und b^2 und vergleiche sie mit c^2 . Schreibe dein Ergebnis auf.

Video: <https://www.youtube.com/watch?v=lZpDWoQwf6E>

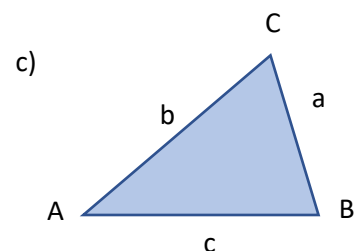
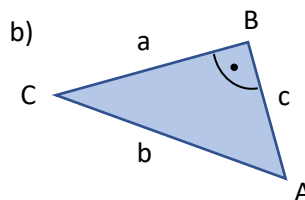
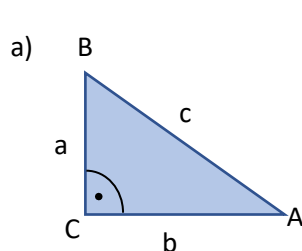
Hefteintrag „Der Satz des Pythagoras“ abschreiben.

Weils mir so gut gefällt, nochmal ein Leid dazu, mit einem anderen Beweis als im Heft:

https://www.youtube.com/watch?v=8IZ_0qhZ36M&list=RD8IZ_0qhZ36M&start_radio=1

Übungen:

- 1) Stelle den Satz des Pythagoras mit den Bezeichnungen der gegebenen Dreiecke auf. Markiere dir dazu erst die Hypotenuse und die Katheten.



- 2) Formuliere die Voraussetzung und die Folgerung des Satz des Pythagoras in eigenen Worten. Wiederhole dies für die Umkehrung des Satzes des Pythagoras.

Zeichne dir bei den folgenden Aufgaben eine Planfigur, damit du siehst, welche Seiten die Katheten sind.

- 3) Buch S.119/ 4

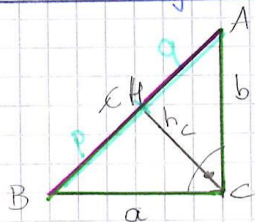


- 4) Buch S.120/7

FLÄCHENSÄTZE AM RECHTWINKLIGEM DREIECK

Die Flächensätze des Euklid

Bezeichnungen am rechtwinkligen Dreieck:



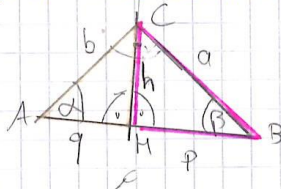
Hypotenuse: liegt gegenüber des rechten Winkels

Katheten: Schenkel des rechten Winkels

h_c : Höhe von C auf c

h_c teilt die Hypotenuse in zwei **Hypotenusenabschnitte** p und q

Es entstehen zwei wiederum, rechtwinklige Dreiecke $\triangle AHC$ und $\triangle HBC$



Wegen Innenwinkelsumme im Dreieck gibt es nur die Winkel α, β und 90°

$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle AHC \sim \triangle HBC$, d.h. sie sind ähnlich:

Höhensatz: $\triangle AHC \sim \triangle HBC \Rightarrow \frac{HC}{HB} = \frac{AH}{HC}$

$$\Leftrightarrow \underbrace{HC^2}_{h^2} = \underbrace{AH}_{p} \cdot \underbrace{HB}_{q}$$



Das Quadrat über der Höhe hat dieselbe Fläche wie das Rechteck aus den Hypotenusen-

abschnitten, wenn das Dreieck rechtwinklig ist

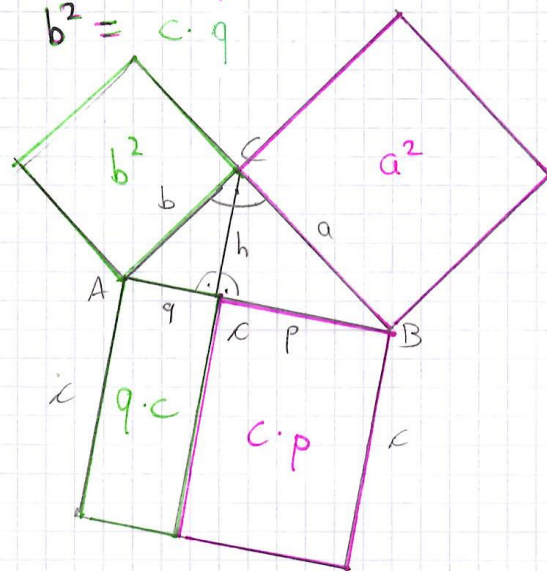
Kathetensatz

Im rechtwinkligen Dreieck hat das Quadrat über einer Kathete den gleichen Flächeninhalt wie das Rechteck aus Hypotenuse und zugehörigem Hypotenusenabschnitt

d.h.:

$$a^2 = c \cdot p$$

$$b^2 = c \cdot q$$



Beweis:

$$\triangle AHC \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{\overline{AC}}{\overline{AH}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \underbrace{\overline{AC}^2}_{b^2} = \underbrace{\overline{AB} \cdot \overline{AH}}_{c \cdot q}$$

$$\triangle HBC \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{\overline{BC}}{\overline{HB}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \Leftrightarrow \underbrace{\overline{BC}^2}_{a^2} = \underbrace{\overline{AB} \cdot \overline{HB}}_{c \cdot p}$$

Bsp.: Im rechtwinkligen $\triangle ABC$ mit Hypotenuse $[AB]$ gilt $c = 10 \text{ cm}$ und $b = 6 \text{ cm}$. Bestimme a, p, q , und h :

Kathetensatz: $b^2 = c \cdot q \Leftrightarrow q = \frac{b^2}{c}$

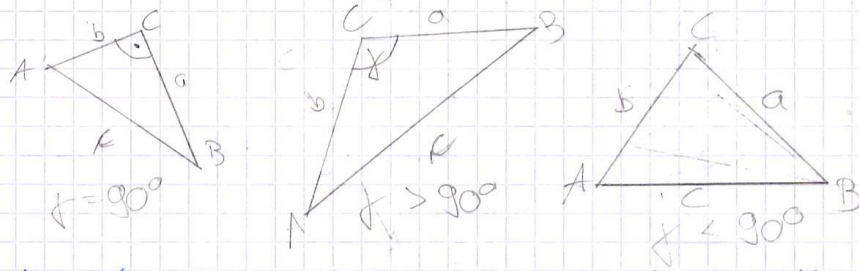
$$\Rightarrow q = \frac{(6 \text{ cm})^2}{10 \text{ cm}} = 3,6 \text{ cm}$$

Mit $c = p + q \Rightarrow p = c - q = 10 \text{ cm} - 3,6 \text{ cm} = 6,4 \text{ cm}$

Kathetensatz: $a^2 = p \cdot c \Rightarrow a = \sqrt{p \cdot c} =$
 $= \sqrt{10 \text{ cm} \cdot 6,4 \text{ cm}} = \sqrt{64 \text{ cm}^2} = 8 \text{ cm}$

Höhensatz: $h_c^2 = p \cdot q \Rightarrow h_c = \sqrt{3,6 \text{ cm} \cdot 6,4 \text{ cm}} =$
 $= \sqrt{23,04 \text{ cm}^2} = 4,8 \text{ cm}$

Der Satz des Pythagoras



Beim Untersuchen verschiedener Dreiecke stellt man fest, dass gilt

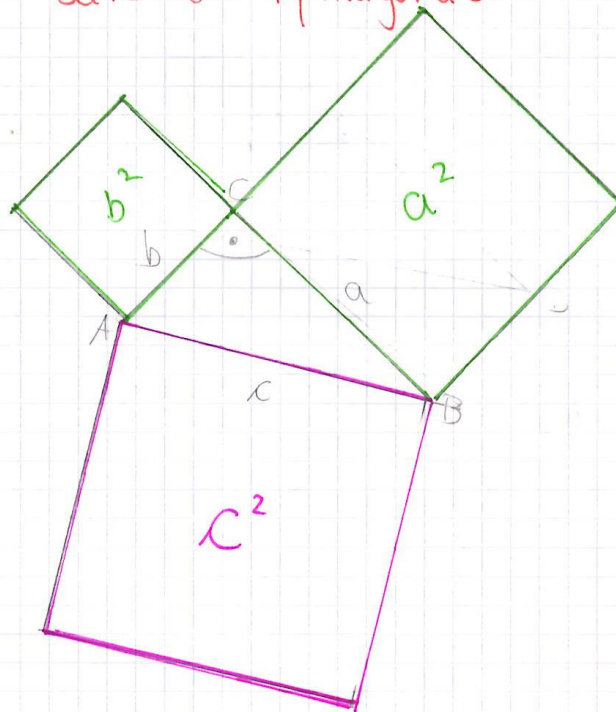
stumpfwinkliges Dreieck $a^2 + b^2 < c^2$

spitzwinkliges Dreieck $a^2 + b^2 > c^2$

rechtwinkliges Dreieck $a^2 + b^2 = c^2$

Die Gleichung des rechtwinkligen Dreiecks findet man als Satz des Pythagoras.

Merke:



Im rechtwinkligen Dreieck ist der Flächeninhalt des Hypothenusenquadrats gleich der Summe der Kathetenquadrate; es gilt: $a^2 + b^2 = c^2$

Beweis:

Mit dem Kathetensatz gilt:

$$I) a^2 = c \cdot p$$

$$II) b^2 = c \cdot q$$

$$I+II): a^2 + b^2 = c \cdot p + c \cdot q$$
$$a^2 + b^2 = c \cdot \underbrace{(p+q)}_c$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Bsp.: Berechne die fehlenden Seitenlängen für $\triangle ABC$ mit

a) $a = 3 \text{ cm}$ $b = 8 \text{ cm}$

b) $a = 5 \text{ cm}$ $c = 7 \text{ cm}$

a) $c^2 = a^2 + b^2$

$$\Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(3 \text{ cm})^2 + (8 \text{ cm})^2} =$$
$$= \sqrt{9 \text{ cm}^2 + 64 \text{ cm}^2} = \sqrt{73 \text{ cm}^2} \approx 8,54 \text{ cm}$$

b) $c^2 = a^2 + b^2$

$$\Rightarrow b^2 = c^2 - a^2$$

$$\Rightarrow b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(7 \text{ cm})^2 - (5 \text{ cm})^2} =$$
$$= \sqrt{49 \text{ cm}^2 - 25 \text{ cm}^2} = \sqrt{24 \text{ cm}^2} \approx 4,90 \text{ cm}$$

Den Satz des Pythagoras kann man auch umkehren:

Merke: Ein Dreieck ist rechtwinklig, mit c als Hypotenuse und den Katheten a und b , wenn gilt: $a^2 + b^2 = c^2$